

ИЗПОЛЗВАНЕ НА МЕТОДА НА АЛЪН ЗА АНАЛИЗ НА ГРЕШКИТЕ В БЮДЖЕТЕН 3-ОСЕН АКСЕЛЕРОМЕТЪР ОТ 6-ОСЕН ЧИП MPU6050

Живо Петров, Марин Маринов

НВУ „В. Левски“, Факултет „Авиационен“ - Долна Митрополия
e-mail: zhivo@abv.bg

Ключови думи: дисперсия на Алън, MEMS акселерометър, отместване на нулата, случайна грешка

Резюме: В доклада е направена оценка на грешките на цифров бюджетен MEMS акселерометър. Такава оценка е необходима да се построи модел на акселерометъра. Ефективен начин за такива оценки е Метода на Алън, който използва средноквадратичното отклонение като функция на времето на осредняване. Идентифицирани и оценени са случайните грешки, което позволява да се използват при построяването на навигационни системи на малки летателни апарати.

ALLAN VARIANCE ANALYSIS ON ERROR CHARACTERS OF LOW-COST MEMS 3-AXIS ACCELEROMETER IN 6-AXIS MOTIONTRACKING DEVICE MPU6050

Zhivo Petrov, Marin Marinov

Aviation Faculty, NVU „V. Levski“, Dolna Mitropolia, Bulgaria
e-mail: zhivo@abv.bg

Keywords: accelerometer, Allan variance, bias instability, error, random walk, rate random walk.

Abstract: This paper gives an evaluation of low-cost MEMS digital accelerometer errors. Such evaluation is required to construct an appropriate model of the accelerometer. Allan Variance is a simple and efficient method for verifying and modelling the errors by representing the root mean square random drift error as a function of averaging time.

In this paper the characteristics of MEMS accelerometers stochastic errors are identified and quantified, using Allan variance. The derived error model can be applied further to navigation systems of small aircraft.

1. Въведение

Предимствата на технологията на микро електромеханичните системи (MEMS) съвместно с миниатюризацията на електронните елементи прави възможно производството на леки нискобюджетни с малка консумация чипове, съдържащи инерциални сензори, които се използват за измерване на ускорения и ъглови скорости [9].

MEMS акселерометрите дават на изхода си ускорението на летателния апарат, което се използва за определянето на местоположението и скоростта. Точността на измерване обикновено зависи от различни източници на грешки, като отместване на нулата, нестабилност на отместването, случайна грешка и други. При интегрирането на измерванията от акселерометрите в навигационните алгоритми, тези грешки водят до значително отклонение на местоположението и скоростта от истинските им стойности. За подобряване на точността на навигационните системи се използват различни видове алгоритми за комплексизиране на инерциалните сензори с други сензори, като GPS приемници [8]. За постигането на необходимата точност на определяне на навигационните параметри са необходими точни модели на грешките на инерциалните сензори.

Грешките се дължат на източници на шумове, които са статистически независими и за тяхното моделиране са разработени различни методи. Честотния метод се основава на спектралната плътност на мощността [7]. Получени са няколко времеви метода за статистическо моделиране [4,14]. Най-използваният от тях е метода за във времевата област чрез дисперсия на Алън, който е разработен в средата на шестдесетте години на миналия век за изследване на стабилността на честотата на високоточни генератори [1, 2, 3, 5, 6, 12]. Дисперсията на Алън е директно измерима величина и може да осигури информация за вида и големината на различни шумови съставлящи. Методът е бил адаптиран за характеризирание на случайните отклонения в различни устройства, включително MEMS акселерометри [15, 16].

В този доклад е използван времевия анализ по метода на Алън за определяне на съставлящи на грешките на 16 бита, 3- осен MEMS акселерометър от 6-осния чип MPU6050.

2. Метод на дисперсията на Алън

Ако моментните стойности на изхода на акселерометъра се отбележат с $a(t)$, то средната стойност за даден интервал от време се определя от израза:

$$(1) \quad \bar{a}_k(\tau) = \frac{1}{\tau} \int_{t_k}^{t_k + \tau} a(t) dt,$$

където $\bar{a}_k(\tau)$ представлява осреднената стойност на изхода на акселерометъра за интервал започващ от k -та стойност.

Дефинирането на средната стойност за следващия интервал е:

$$(2) \quad \bar{a}_{k+\tau}(\tau) = \frac{1}{\tau} \int_{t_k + \tau}^{t_k + 2\tau} a(t) dt.$$

Разликата между осреднените стойности за двата интервала е $d_k(\tau)$:

$$(3) \quad d_k(\tau) = \bar{a}_{k+\tau}(\tau) - \bar{a}_k(\tau).$$

Дисперсията на разликите между средните стойности на всеки два съседни интервала $\sigma_d^2(\tau)$ се определя от съотношението:

$$(4) \quad \sigma_d^2(\tau) = \langle (d_k(\tau) - \mu_k)^2 \rangle,$$

където: μ_k е математическото очакване на $d_k(\tau)$; а $\langle \rangle$ е операция осредняване по интервали.

Дисперсията на Алън, като функция на времето за осредняване се дефинира като:

$$(5) \quad \sigma^2(\tau) = \frac{\sigma_d^2(\tau)}{2}.$$

Тъй като в цифровите акселерометри изходните данни са дискретни, то израз (5) добива вида:

$$(6) \quad \sigma_d^2(nT) = \frac{1}{2(K-1)} \sum_{k=1}^{K-1} (d_k(nT) - \mu_k)^2,$$

където: n е броя на дискретите в един интервал; K е броя на интервалите; T е периода на дискретизация.

Може да бъде показано, че процентната грешка δ при оценяване на средно квадратичното отклонение (СКО) на Алън за даден интервал, поради крайния брой на интервали, се определя от израза [10]:

$$(7) \quad \delta = \frac{1}{\sqrt{2\left(\frac{N}{n} - 1\right)}},$$

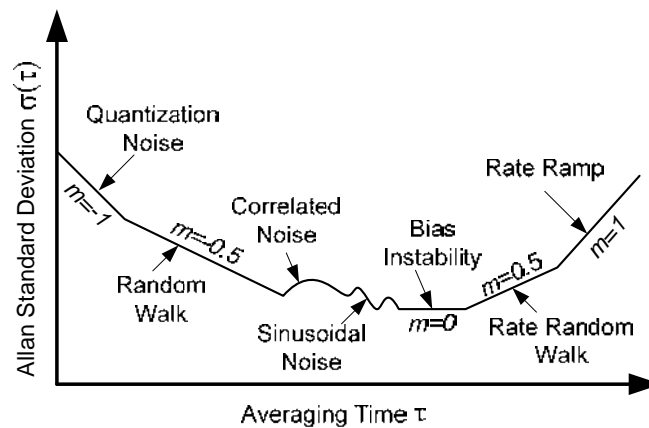
където N е броят на всички дискрети в набора данни.

За да се гарантира грешка под 25% от израз (7) се получава следното съотношение:

$$(8) \quad \frac{N}{n} \geq 9 \Rightarrow n \leq \frac{N}{9}.$$

Следователно броят на интервалите не трябва да бъде по-малко от девет.

Различните типове случайни процеси се проявяват с различен наклон и градиент в логаритмичната графика на средно квадратичното отклонение на Алън [11], както е показано на фиг. 1. Различните процеси обикновено се намират в различни области на оста τ , което позволява лесно да бъдат идентифицирани [16].



Фиг. 1. Вид на логаритмичната графика на СКО на Алън

Стойностите на параметрите могат да се определят директно от графиката. За MEMS устройства, като MPU6050 най-важни процеси които се определят от тази графика са нестабилността на отместването и случайните грешки.

Източник на случайните грешки е бял шум, който се проявява на графиката като линия с наклон -0.5 . СКО на грешката по скорост, дължаща се на този шум, се определя по следното съотношение[11]:

$$(9) \quad \sigma_{rw} = \sigma(\tau_0) \sqrt{\tau_0},$$

където наклона на графиката за $\sigma(\tau)$ е $-0,5$ за $\tau = \tau_0$.

Нестабилността на отместването се появява като хоризонтална област около минимума, СКО на нестабилността на отклонението се определя от изрза [11]:

$$(10) \quad \sigma_{bi} = \sigma(\tau_1) \sqrt{\frac{\pi}{2 \ln(2)}},$$

където τ_1 се избира около минимума на графиката.

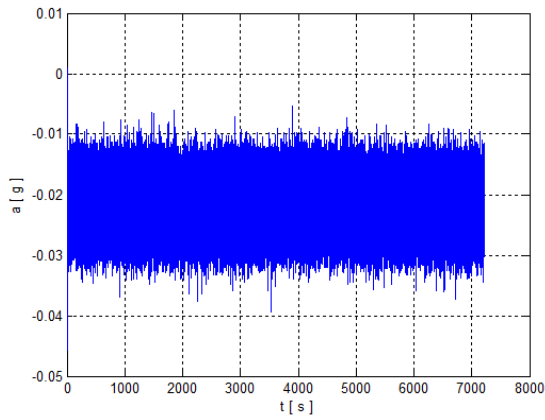
Скоростта на изменение на грешката по скорост се проявява като линия с наклон $+0.5$ от графиката на $\sigma(\tau)$ и се определя от изрза [11]:

$$(11) \quad \sigma_{rrw} = \sigma(\tau_2) \sqrt{\frac{3}{\tau_2}},$$

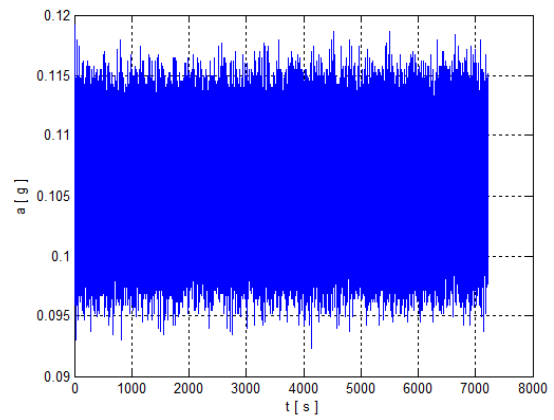
където $\sigma(\tau)$ има наклон $+0,5$ за $\tau = \tau_2$.

3. Резултати

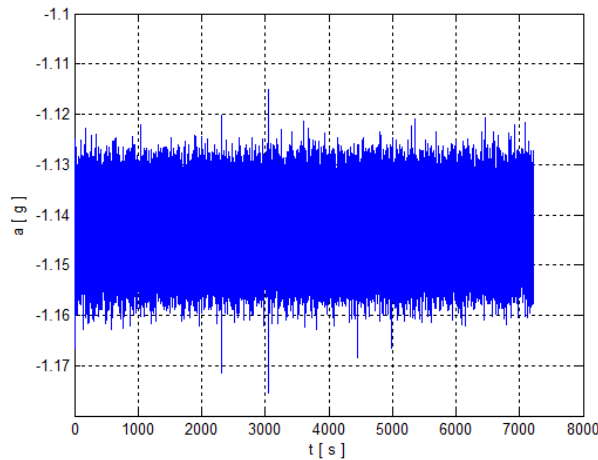
Данните от MPU6050 са събрани с устройство описано в [13]. Акселерометрите са установени в 16- битови данни в диапазон $\pm 2 \text{ g}$ и 50 Hz на за изходните данни. Данните са събрани за осем часа, като ускоренията по осите (x,y,z) са показани на фигури от 2 до 4.



Измервания на ускорението по оста x
Фиг. 2.

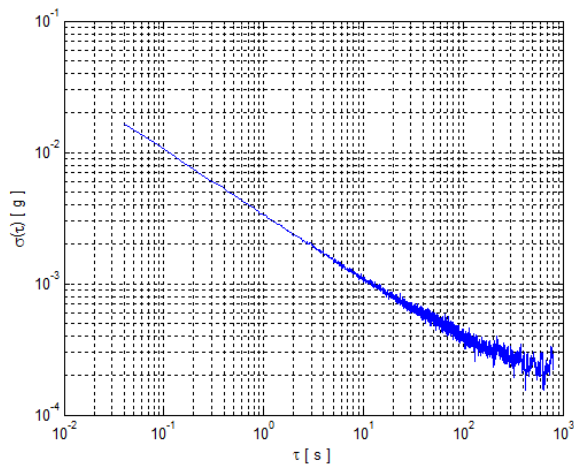


Измервания на ускорението по оста y
Фиг. 3.

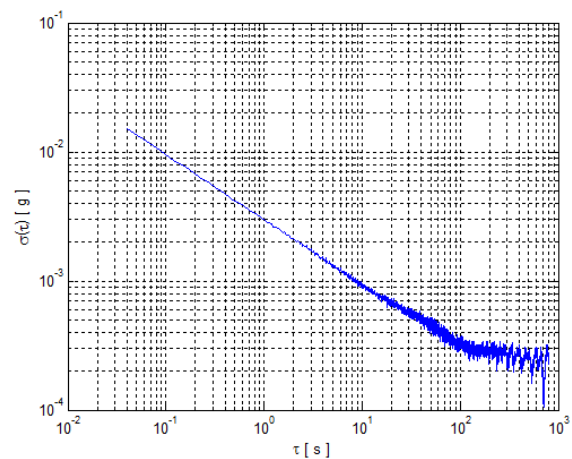


Фиг. 4. Измервания на ускорението по оста z

Нито една от осите не е ориентирана по посока на земното ускорение. СКО на Алън за всяка ос (x,y,z) е показана на фигури от 5 до 7.



Фиг. 5. СКО на Алън по оста x

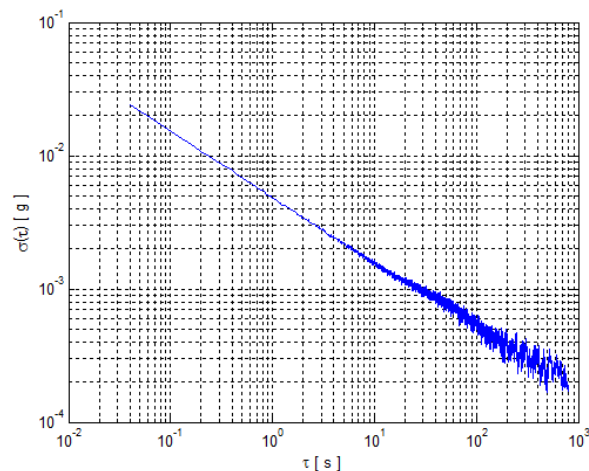


Фиг. 6. СКО на Алън по оста y

Фигура 5 показва че наклона на кривата на СКО на Алън за диапазона $\tau = 0,12 \div 2 s$ е $-0,4957$. Получена е стойност за СКО на грешката по скорост $\sigma_{rw} = 3,347 mg\sqrt{s}$ като се използва израз (9) при $\tau_0 = 1s$. За СКО на нестабилността на отместването е получена

стойност $\sigma_{bi} = 0,2327 \text{ mg}$ при $\tau_1 = 465 \text{ s}$. На графиката липсва област от СКО на Алън с наклон позволяващ да се определи СКО на скоростта на изменение на грешката по скорост.

Фигура 6 показва че наклона на кривата на СКО на Алън за диапазона $\tau = 0,12 \div 2 \text{ s}$ е $-0,514$. Получена е стойност за СКО на грешката по скорост $\sigma_{rw} = 2,99 \text{ mg}\sqrt{\text{s}}$ като се използва израз (9) при $\tau_0 = 1 \text{ s}$. За СКО на нестабилността на отместването е получена стойност $\sigma_{bi} = 0,3728 \text{ mg}$ при $\tau_1 = 261 \text{ s}$. На графиката липсва област от СКО на Алън с наклон позволяващ да се определи СКО на скоростта на изменение на грешката по скорост.



Фиг. 7. СКО на Алън по оста z

Фигура 7 показва че наклона на кривата на СКО на Алън за диапазона $\tau = 0,12 \div 2 \text{ s}$ е $-0,5024$. Получена е стойност за СКО на грешката по скорост $\sigma_{rw} = 4,806 \text{ mg}\sqrt{\text{s}}$ като се използва израз (9) при $\tau_0 = 1 \text{ s}$. За СКО на нестабилността на отместването е получена стойност $\sigma_{bi} = 0,288 \text{ mg}$ при $\tau_1 = 685 \text{ s}$. На графиката липсва област от СКО на Алън с наклон позволяващ да се определи СКО на скоростта на изменение на грешката по скорост.

4. Заключение

Методът на дисперсията на Алън представен в този доклад позволява да се определят различни случайни грешки в изходните данни на цифров акселерометър. Характерните области от кривата са определени и са намерени стойностите за различните видове грешки в акселерометъра от чипа MPU6050.

Изследвани са статични данни за осем часов период от акселерометъра в MPU6050. Повечето резултати от направения анализ са близки до декларираните от производителя, което доказва че използвания метод е адекватен.

Тъй като няма участъци от кривата на СКО на Алън с наклон -1 (Фиг.5-7), то може да се направи извода, че грешките от квантуване са много по-малки от останалите грешки и могат да бъдат пренебрегнати.

Резултатите от изследването на MPU6050 категорично показват, че грешките по скорост са най-големи за кратки интервали от време, докато за дълги интервали от време трябва да се отчита и нестабилността на отместването.

Експерименталните резултати осигуряват полезни оценки на параметрите на нискобюджетния акселерометър от чипа MPU6050.

Литература:

1. Allan, D. W., "Statistics of atomic frequency standards," Proc. IEEE, vol. 54, no. 2, (1966).
2. Allan, D. W., "Time and frequency (time-domain) characterization, estimation, and prediction of precision clocks and oscillators", IEEE Trans. Ultrason., Ferroelectr., Freq. Control, vol. UFFC-34, no. 6, (1987).
3. Allan, D. W., J. A. Barnes, "A modified "Allan Variance" with increased oscillator characterization ability", in Proc. 35th Annu. Freq. Control Symp., (May 1981.).

4. Bendat, J. S., A. G. Piersol, *Measurement and Analysis of Random Data*, New York: John Wiley and Sons, (1966).
5. Chaffee, J.W., "Relating the Allan variance to the diffusion coefficients of a linear stochastic differential equation model for precision oscillators", IEEE Trans. Ultrason., Ferroelectr., Freq. Control, vol. UFFC-34, no. 6, (1987).
6. Conroy, B. L., D. Le, "Measurement of Allan variance and phase noise at fractions of a millihertz", Rev. Sci. Instrum., vol. 61, no. 6, (1990).
7. El-Sheimy, N., *Analysis and Modeling of Inertial Sensors Using AV*, IEEE Transaction on instrumentation and measurement, vol. 57, No.1, (2008).
8. Grewal, M. S., L. R. Weill, A. P. Andrews, *Global positioning systems, inertial navigation, and integration*, Wiley, (2007).
9. Hulsing, R., "MEMS Inertial Rate and Acceleration Sensor", IEEE Position Location and Navigation Symposium, (1998).
10. IEEE Std 952-1997, IEEE Standard Specification Format Guide and Test Procedure for Single Axis Interferometric Fiber Optic, 16 (1997)
11. IEEE Std 962-1997 (R2003) Standard Specification Format Guide and Test Procedure for Single-Axis Interferometric Fiber Optic Gyros, Annex C. IEEE, (2003).
12. Lesage, P., C. Audoin, "Characterization of frequency stability: Uncertainty due to the finite number of measurement", IEEE Trans. Instrum. Meas., vol. IM-22, no. 2, (1973).
13. Petrov, Zh., M. Marinov, D. Dimitrov, *3-axis digital accelerometer data transfer controller*, Scientific conference, Aviation Faculty, D. Mitropolia, Bulgaria (2013).
14. Sinha, N., K. Kuszta, B., *Modeling and Identification of Dynamic Systems*, New York: Van Nostrand Reinhold, (1983).
15. Titterton, D. H., J. L. Weston, *Strapdown inertial navigation technology* -2nd ed, Institution of electrical engineers, UK, (2004)
16. Woodman, O.J., *An introduction to inertial navigation*, Cambridge, (2007)